

Case 5:

Progression i matematiske kompetencer? En analyse af systemforventninger for matematik i overgangene mellem grundskolen, det almene gymnasium og universitetet

Bettina Dahl³⁴

INTRODUKTION

Overgange mellem eksempelvis sekundært og tertiært niveau i uddannelsessystemet har stor indflydelse på elevers valg af fremtid (Kajander & Lovic, 2005, s. 150). Brandell et al. (2008, s. 38) skriver, at det er vanskeligt at rekruttere studerende til naturvidenskab- og ingeniørstudier, og der er desuden høje frafaldsprocenter. Litteraturen antager, at disse forhold til dels skyldes overgangsproblemer. Fra politisk side har regeringen en målsætning om, at i 2015 vil 95 % af en ungdomsårgang have en ungdomsuddannelse og 50% en videregående uddannelse, hvorfor en reduktion af frafald er central. Forskning i Danmark har hidtil fokuseret på erhvervsuddannelserne og ikke så meget på det almene gymnasium, og der har hidtil også været meget fokus på vejledning af de unge. Disse forhold er derfor ikke i fokus i dette kapitel (og projekt). Fokus er i stedet på at undersøge overgangene i didaktisk perspektiv. Kapitlet vil derfor undersøge, om der er progression i matematiske kompetencer, set fra systemets forventninger, ved overgangene mellem grundskolen og det almene gymnasium samt mellem det almene gymnasium og universitetet. Det centrale forskningstema er derfor de matematiske kompetencer i makrodidaktisk perspektiv (Winsløw, 2006, s. 18). Disse er udtrykt som læringsmål i Fælles Mål for grundskolen, læreplaner for det almene gymnasium (stx) samt kursusbeskrivelser på universitetsniveau. Disse kompetencer er således det, som systemet forventer, at eleverne har lært på forskellige trin i uddannelsessystemet, herunder ved overgangene. Fokus for kapitlet er derfor at undersøge, om der er progression i beskrivelserne af kompetencerne i læringsmålene ved disse overgangene, herunder at diskutere hvilke konsekvenser en eventuel mangel på progression har for elevernes oplevelse af overgangene eksempelvis de vidensformer, de har mødt.

BAGGRUND

På alle niveauer i skolesystemet indeholder curricula pensumlistes, det vil sige beskrivelser af stofmængden, som eleverne eller de studerende ”skal igennem”, men de indeholder også beskrivelser af de *kompetencer*, som eleven/eller den studerende forventes at have opnået ved udgangen af kurset. I eksempelvis de nye Fælles Mål for 2009 er trin- og slutmål opdelt i fire dele: Matematiske kompetencer, Matematiske emner (algebra, geometri, sandsynlighed og statistik), Matematik i anvendelse og Matematiske arbejdsmåder (Undervisningsministeriet, 2009).

De matematiske kompetencer i Fælles Mål refererer direkte til terminologien fra KOM-projektet (Niss, 2002). KOM står for ”Kompetencer og Matematiklæring” og projektet er udarbejdet af en arbejdsgruppe der i august 2000 blev nedsat af Uddannelsesstyrelsen i samarbejde med Naturvidenskabeligt Uddannelsesråd. Rapporten omhandler et nyt kompetencebaseret system til at beskrive curricula, udvikling og progression i matematikundervisningen på alle niveauer i Danmark. Arbejdsgruppen argumenterer for, at læreplaner bør fokusere på de kompetencer, elever og studerende skal have opbygget på et givet trin af uddannelsessystemet. Det er hensigten, at disse kompetencebeskrivelser skal erstatte de mere traditionelle curricula, som alene lister hvilket indhold, der skal gennemgås. Rapporten beskriver derfor otte centrale matematiske kompetencer, der har gyldighed for alle uddannelsesstrin (Niss, 2002, s. 43-62):

³⁴ Fulde navn: Bettina Dahl Søndergaard. Bruger ‘Bettina Dahl’ som forfatternavn.

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

- Tankegangskompetence – at kunne udøve matematisk tankegang
- Problembehandlingskompetence – at kunne formulere og løse matematiske problemer
- Modelleringskompetence – at kunne analysere og bygge matematiske modeller vedrørende andre felter
- Ræsonnementskompetence – at kunne ræsonnere matematisk
- Repræsentationskompetence – at kunne håndtere forskellige repræsentationer af matematiske sagsforhold
- Symbol- og formalismekompetence – at kunne håndtere matematisk symbolsprog og formalisme
- Kommunikationskompetence – at kunne kommunikere i, med og om matematik
- Hjælpemiddelkompetence – at kunne betjene sig af og forholde sig til hjælpemidler for matematisk virksomhed, herunder it.

At besidde en kompetence vil sige at være i stand til at udføre bestemte handlinger med det givne indhold. De otte kompetencer kan besiddes i varierende grad af eleven. KOM-rapporten nævner her tre områder: *dækningsgrad*, som refererer til hvor meget eleven mestrer de centrale aspekter af kompetencen; *aktionsradius*, der indikerer hvor mange og hvilke typer situationer, hvori eleven kan anvende kompetencen og *teknisk niveau*, der hentyder til hvor begrebslig og teknisk sofistikeret eleven kan anvende værktøjer inden for den givne kompetence (Niss, 2002, s. 64-66). Disse otte kompetencer er stort set identiske med de otte kompetencer, der udtrykker det ene af de to *major aspects* af OECD/PISAs³⁵ beskrivelse af *mathematical literacy*. “The mathematical literacy domain is concerned with the capacity of students to draw upon their mathematical competencies to meet the challenges of the future. It is concerned with students’ capacity to analyse, reason, and communicate ideas effectively by posing, formulating, and solving mathematical problems in a variety of domains and situations” (OECD, 1999, s. 41). De otte matematiske PISA-kompetencer er således: *Mathematical thinking skills; argumentation skills; modelling skills; problem posing and solving skills; representation skills; symbolic, formal, and technical skills; communication skills; og aids and tools skills* (OECD, 1999, s. 43). Disse kompetencer bliver betragtet som en ikke-hierarkisk liste af generelle matematiske færdigheder for hvert uddannelsestrin.

Inddelingen i de otte kompetencer er også meget lig den amerikanske lærerforenings *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) beskrivelse af standarder og principper for matematikundervisningen fra før 1. klasse og til og med 12. Disse er inddelt i trinnene: PreK-2, 3-5, 6-8, 9-12, hvor trin 6-8 er *middle school* og trin 9-12 for *high school*. Udover en beskrivelse af det matematiske indhold, opstiller man følgende fem kompetencer for alle trin: *problem solving, reasoning and proof, communication, connections* og *representations*. Den kompetence, der hedder ”connections” henfører til dels af se ”connections” inden for matematikken; det vil sige den minder om KOM-OECD/PISA’s tankegangskompetence, men også om at se ”connections” i forbindelse med at anvende matematikken på virkeligheden; det vil sige, den har også visse ligheder med KOM-OECD/PISA’s modelleringskompetence.

For stx beskriver Læreplanen: 1. Identitet og formål; 2. Fagligt indhold og faglige mål (læringsmålene) inklusiv supplerende stof; 3. Tilrettelæggelse inklusiv didaktiske principper, Arbejdsformer, It og samspil med andre fag og 4. Evaluering inklusiv løbende evaluering, prøveformer og bedømmelseskriterier (Undervisningsministeriet, 2008). De faglige mål beskriver et antal kompetencer, som eleven skal være i stand til at anvende på indholdet til eksamen. Universiteterne har også tilføjet kompetencer til deres sædvanlige kursusbeskrivelser indholdsliste. Her er der dog ikke én national beskrivelse af matematik,

³⁵ OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development, www.oecd.org) står for PISA (Programme for International Student Assessment, www.pisa.oecd.org). Det er en international evaluering af 15-16-årige skoleelever. Formålet er at måle, hvor godt unge mennesker er forberedt til at møde udfordringerne i dagens informationssamfund. PISA vurderer ikke kompetencerne ud fra specifikke læseplaners indhold. PISA ser i stedet på, hvor godt de unge kan bruge deres viden i forhold til udfordringer i det virkelige liv. I 2000 deltog 43 lande; 2003: 41 lande; 2006: 57 lande; og 2009: 62 lande.

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

og de forskellige universiteter har anvendt forskellige metoder til disse kompetencebeskrivelser. Jeg vil komme nærmere ind på disse i det nedenstående.

MÅLING AF KOMPETENCEPROGRESSION

For at måle graden af kompetenceprogression, er det nødvendigt med en målestok, der beskriver forskellige niveauer af at besidde en kompetence. Kompetencer vil ifølge Niss (2002, s. 125) komme til udfoldelse i aktiviteter: ”At besidde en af de otte matematiske kompetencer (i et eller andet omfang) består ... i at være beredt og i stand til at udføre visse matematiske handlinger på basis af indsigt. Kernen i en kompetence er med andre ord indsigtbaseret handleberedthed, hvor ’handling’ kan være både fysiske, adfærdsmæssige – herunder sproglige – og mentale” (Niss, 2002, s. 125). Dette projekt har således behov for en målestok, der beskriver progression i handleberedthed. Der eksisterer forskellige taksonomier, der beskriver grader af forståelse og kompetence, som jeg vil komme nærmere ind på i det nedenstående.

Blooms taksonomi

Blooms Taksonomi er nok den mest kendte og brugte. Der er dog adskillige andre taksonomier, som alle beskriver de forskellige niveauer af forståelse. Gall har lavet en præsentation af otte af disse, som alle bl.a. er blevet udviklet til at klassificere spørgsmål ”based on the type of cognitive process required to answer the question” (Gall, 1970, s. 708). Gall skriver endvidere: ”I have organised the categories to show similarities between the systems. It appears that Bloom’s *Taxonomy* best represents the commonalities that exist among the systems” (Gall, 1970, s. 710). Lewis (2007) har foretaget en lignende sammenligning. Blooms taksonomi har seks niveauer (nederst først): Viden, forståelse, anvendelse, analyse, syntese og evaluering. Nogle Bloom-taksonomier (Winebrenner, 2001) har dog syntese og evaluering i omvendt rækkefølge. Blooms Taksonomi kan dog også beskrives som en række kompetencer. Eksempelvis Winebrenner (2001, s. 133) benytter følgende verber til beskrivelse af niveauerne i Blooms Taksonomi (begyndende med det laveste niveau):

1. *Knowledge*: Tell, recite, list, memorize, remember, define, locate.
2. *Comprehension*: Restate in own words, give examples, explain, summarize, translate, show symbols, edit.
3. *Application*: Demonstrate, use guides, maps, charts, etc, build, cook.
4. *Analysis*: Investigate, classify, categorize, compare, contrast, solve.
5. *Synthesis*: Compose, design, invent, create, hypothesize, construct, forecast, rearrange parts imagine.
6. *Evaluation*: Judge, evaluate, give opinion, give viewpoint, prioritize, recommend, critique.

Bloom konstruerede ikke sin taksonomi med det formål at konstruere og evaluere læringsmål men i stedet for at blive i stand til at udvælge et repræsentativt antal af opgaver til eksamenssæt (Biggs & Collis, 1982, s. 13). Nedenfor har jeg i stedet valgt at præsentere en taksonomi, som specifikt fokuserer på kompetencebeskrivelser. Først vil jeg dog beskrive en af baggrundene for, at danske curricula har kompetencebeskrivelser i form af læringsmål.

Læringsmål, 7-trinsskalaen og Bologna processen

Kompetencebeskrivelser og læringsmål er som indikeret i det ovenstående anderledes end pensumlistes. Sidstnævnte handler om, hvad elever og studerende skal ”lære noget om”, det vil sige en liste af substantiver, mens kompetencer og læringsmål handler om, hvad elever og studerende skal ”lære at kunne gøre (med det de skal lære noget om)”, det vil sige beskrivelser, der i højere grad benytter sig af verber. Det er endvidere disse læringsmål, der skal refereres til ved karaktergivningen med den nye 7-trinsskala. Denne måde at tænke curriculum på hænger også sammen med, at når vi evaluerer elever og studerende, kan vi strengt taget ikke måle den pågældendes viden ”inde i hjernen”, vi må i stedet forlade os på, hvad vi ser den pågældende gøre og/eller sige og så derudfra vurdere, hvilket niveau vedkommende er på. Ord som ”gøre” og ”sige” er verber og kan betragtes som kompetencer. Viden er således ikke målbart, men kompetencer er. Det er baggrunden for, hvorfor læringsmålene skal formuleres som kompetencer, det vil sige

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

med brug af verber. Læringsmål består således af beskrivelser af de kompetencer, som elever og studerende forventes at have erhvervet sig ved slutningen af kurset/faget i forhold til det indhold, der er beskrevet i pensumlisten. Dette er i tråd med den tankegang, man generelt kalder *Outcomes-Based Education* (OBE) fx set i Bigg's teori om *constructive alignment* samt den tilhørende SOLO-taksonomi, som jeg vil komme nærmere ind på i det nedenstående (Biggs, 2003). En OBE-tankegang ligger også bag 7-trinsskalaen og Bolognaprocessen. Bolognadeklarationen blev i 1999 underskrevet af undervisningsministrene fra 29 europæiske lande og i 2009 har i alt 46 europæiske lande underskrevet dokumentet. Denne deklARATION indikerer, at landene frivilligt vil arbejde for at reformere deres tertiære uddannelsessystem for at skabe overordnet konvergens på europæisk niveau med det formål blandt andet at øge mobiliteten for studerende, lærere og forskere (Dahl, 2003). Målet er at skabe et mobilt *European Higher Education Area* (EHEA) i 2010. I den forbindelse introducerede man desuden 3-5-8 modellen (også kaldet 3+2+3) for universitetsuddannelser, hvorved forstås, at en bachelorgrad kan opnås efter tre år, en Master efter yderligere to år og endelig en ph.d. efter tre år til (Murdoch, 2003). Fra 2003 har Bolognaprocessen udviklet sig til også at have fokus på curriculumreformer. I *Bologna Stocktaking Report* (2007, s. 3) lægges der vægt på, at alle aspekter i Bolognaprocessen hænger sammen og er afhængige af hinanden, og det anbefales at have curricula baseret på læringsmål (*learning outcomes*):

There are two themes that link all the action lines: a focus on *learners*, and a focus on *learning outcomes*. If the Bologna Process is to be successful in meeting the needs and expectations of learners, all countries need to use learning outcomes as a basis for their national qualifications frameworks, systems for credit transfer and accumulation, the diploma supplement, recognition of prior learning and quality assurance.

Bolognaprocessen lægger således op til OBE-tankegang og til at curricula beskrives ved hjælp af læringsmål, men den giver ikke direkte nogle anvisninger til hvilken karakterskala eller principper, der skal benyttes. En anden del af Bolognaprocessen har introduceret ECTS-systemet: *European Credit Transfer and Accumulation System* som en omregningsfaktor mellem de forskellige landes karakterskalaer, hvor ECTS-karakterer er tildelt beståede karakterer på statistisk bases på følgende måde:

- A: De bedste 10 %
- B: De næste 25 %
- C: De næste 30 %
- D: De næste 25 %
- E: De sidste 10 %

Fx og F er dumpekarakterer, hvor F er den dårligste. ECTS-karakterer er således *relative* karakterer, og det var ikke hensigten, at ECTS-karakteren skulle erstatte den originale karakter, den skulle være et administrativt mål til at forklare den nationale karakter. ECTS er også et kvantitativt mål for studerendes arbejdsmængde, hvor 60 ECTS svarer til et års fuldtidsstudium (Dahl et al., 2009).

Den danske 13-skala var meget anderledes end andre landes karakterskalaer, hvilket gjorde det vanskeligt at sammenligne danske karakterer med udenlandske, og derfor vanskeliggjorde mobiliteten for eksempelvis danske studerende, som ønskede at studere i udlandet. 13-skalen led desuden af inflation og ikke-homogen anvendelse. For eksempel var der i faget dansk en tendens til i stor grad at bruge midterkaraktererne, mens matematik anvendte hele skalaen, men dog ikke så ofte middelkaraktererne (Undervisningsministeriet, 2004). Folketinget vedtog derfor 7-trinsskalaen i marts 2006. De primære krav til 7-trinsskalaen var kompatibilitet (sammenlignelighed) med internationale skalaer (ECTS); ensartet anvendt skala i hele uddannelsessystemet i Danmark; den skulle være en absolut skala; der skulle være klar trindifferentiering og endelig skulle karakterskalaen måle "*graden af målopfyldelse*". Sidstnævnte var den direkte årsag til, at man eksempelvis på Det Naturvidenskabelige Fakultet på Aarhus Universitet (NAT/AU) tilføjede "Læringsmål" til samtlige kursusbeskrivelser. I den forbindelse blev der endvidere afholdt et seminar

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

(Brabrand³⁶ et al., 2007) angående den nye karakterskala, hvad læringsmål er, og hvordan man bedst kan beskrive dem. Figuren nedenfor illustrerer karakterskalaen, fremhæver dennes fokusering på fagets mål (læringsmål) samt hvilke ECTS-karakterer, som skalaens trin oversættes til.³⁷

Den nye skala: "7-trinsskalaen"		
12	Den fremragende præstation	Karakteren 12 gives for den fremragende præstation, der demonstrerer udtømmende <i>opfyldelse af fagets mål</i> , med ingen eller få uvæsentlige mangler. A
10	Den fortrinlige præstation	Karakteren 10 gives for fortrinlige præstation, der demonstrerer omfattende <i>opfyldelse af fagets mål</i> , med nogle mindre væsentlige mangler. B
7	Den gode præstation	Karakteren 7 gives for den gode præstation, der demonstrerer omfattende <i>opfyldelse af fagets mål</i> , med en del mangler. C
4	Den jævne præstation	Karakteren 4 gives for den jævne præstation, der demonstrerer en mindre grad af <i>opfyldelse af fagets mål</i> , med adskillige væsentlige mangler. D
02	Den tilstrækkelige præstation	Karakteren 02 gives for den tilstrækkelige præstation, der demonstrerer den minimalt acceptable grad af <i>opfyldelse af fagets mål</i> . E
00	Den utilstrækkelige præstation	Karakteren 00 gives for den utilstrækkelige præstation, der ikke demonstrerer en acceptabel grad af <i>opfyldelse af fagets mål</i> . Fx
-3	Den ringe præstation	Karakteren -3 gives for den helt uacceptable præstation. F

Arbejdsgruppen Implementation af ny karakterskala på NAT/AU JAN 24, 2007 [8]

Figur 1. 7-trinsskalaen som den blev præsenteret på et seminar på Det Naturvidenskabelige Fakultet på AU. Sætningen "opfyldelse af fagets mål" er fremhævet (Brabrand et al., 2007).

SOLO-taksonomien

Som nævnt overfor i afsnittet om Blooms Taksonomi, findes der en skala som specifikt fokuserer på kompetencebeskrivelser. Dette er SOLO-taksonomien (Biggs & Collis, 1982, pp. 17-31; Biggs, 2003, pp. 34-53; Biggs & Tang, 2007, pp. 76-80). SOLO står for *Structure of the Observed Learning Outcome*, og den skelner mellem fem niveauer i henhold til de kognitive processer, det kræver at opnå dem. I Brabrand og Dahl (2008, 2009) definerer vi *kompetence progression* som det at bevæge os op gennem stadig højere SOLO-niveauer; dvs. *SOLO progression*. Det er nødvendigt at bruge en sådan taksonomi, idet eksempelvis KOM-rapportens beskrivelse af de tre områder, inden for hvilke de otte matematikkompetencer kan besiddes i varierende grad, ikke i detaljer beskriver trinnene. Overordnet set handler SOLO-taksonomien om, at når en elev eller studerende bevæger sig op gennem SOLO-niveauerne, oplever han først en *kvantitativ* forbedring, idet han bliver i stand til at behandle stadig flere aspekter (SOLO 2-3). Senere erfarer han *kvalitative* forbedringer, når han bliver i stand til at integrere og danne strukturerer og kan generalisere (SOLO 4-5). SOLO-taksonomien kaldes somme tider også for en UMR-cyklus (Pegg & Tall, 2005). En kort beskrivelse af de fem niveauer er som følger:

³⁶ Claus Brabrand er lektor på IT-Universitetet i København, *Programming, Logic and Semantics*, <brabrand@itu.dk>.

³⁷ Dahl et al. (2009) problematiserer denne oversættelse mellem eksempelvis danske karakterer og ECTS-skalaen, idet dette er en sammenblanding mellem ECTS-skalaens relative karakterer og 7-trinsskalaens absolutte karakterer.

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

SOLO 1: Pre-Structural Level (Før-strukturelt niveau)

Eleven/den studerende har ikke forståelse men muligvis en samling spredt information om emnet.

SOLO 2: Uni-Structural Level (U) (Et-strukturelt niveau)

Eleven/den studerende kan håndtere et enkelt aspekt og lave skabe åbenlyse forbindelser. Han kan bruge terminologi, identificere (huske ting), udføre simple instruktioner/algoritmer osv.

SOLO 3: Multi-Structural Level (M) (Fler-strukturelt niveau)

Eleven/den studerende kan operere med flere aspekter men ser ikke disse i sammenhæng. Han "ser træerne" men ikke "skoven". Han er i stand til at beskrive, klassificere, kombinere, anvende metode osv.

SOLO 4: Relational Level (R) (Relationsniveau)

Eleven/den studerende forstår relationen mellem forskellige aspekter, og hvordan de tilsammen danner en struktur. Han kan nu se skoven. Han kan sammenligne, anvende teori, forklare i form af årsag/virkning osv.

SOLO 5: Extended Abstract Level (Udvidet abstract niveau)

Eleven/den studerende generaliserer strukturen ud over det givne, ser strukturen fra forskellige aspekter, og bruger ideer i nye sammenhænge. Han kan hypotisere, kritisere osv.



Figur 2. Illustration af de fem SOLO-niveauer (Brabrand & Dahl, 2008: Baseret på Biggs og Collis (1982, s. 25).)

SOLO-taksonomien beskrives eksempelvis på det fagdidaktiske kursus i matematik som er den del af gymnasiepædagogikum. Her bliver SOLO-taksonomien eksempelvis brugt til at sætte ord på de forskellige karakterer på 7-trinsskalaen. Nedenstående figur er en opsummering af dette:

SOLO-trin	Karakterer	Beskrivelse
SOLO 1	-3 & 00	Brug af irrelevant information, eller svar som ikke giver mening.
SOLO 2	2	Svarene fokuserer på et enkelt relevant aspekt.
SOLO 3	4	Svarene fokuserer på flere relevante træk, men de er ikke samordnede.
	7	Svarene fokuserer på flere relevante træk, der er delvist samordnede. Meningen er delvist forstået.
SOLO 4	10	De forskellige dele er integreret i en sammenhængende helhed; Enkeltdele kædes sammen med konklusioner; Meningen er forstået.
SOLO 5	12	Svarene generaliserer strukturen bag en foreliggende information; Principper af en højere orden bruges til at bringe nye og mere omfattende spørgsmål ind i billedet.

Figur 3. SOLO-taksonomien i forhold til karaktererne i 7-trinsskalaen (Matthiasen et al., 2008).

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

7-trinsskalaen er uadskillelig fra læringsmål- og OBE-tankegang, og disse er inden for samme undervisningstradition som eksempelvis SOLO-taksonomien, som også kan give indikatorer på, hvordan karaktererne i 7-trinsskalaen kan karaktersættes.

Læringsmål og SOLO-taksonomien (på universitetsniveau)

Brabrand og Dahl (2008, 2009) undersøgte SOLO progression på blandt andet matematikkurser på AU. Ligesom det nærværende kapitel var dette også et studium af curricula, det vil sige af systemforventninger. Baggrunden for denne undersøgelse var, at man på grund af den nye karakterskala på alle landets universiteter skulle tilføje *fagets mål* (læringsmål) til sine kursusbeskrivelser. På NAT/AU blev der i foråret 2007 implementeret den nye karakterskala, idet denne ville træde i kraft for universiteterne i september 2007. Skalaen var allerede i brug på gymnasierne i august 2006 og i resten af uddannelsessystemet i august 2007. Jeg var sammen med Brabrand (formand) del af en fempersoners Arbejdsgruppe, der gav et seminar i januar 2007 til alle vip'ere på NAT/AU om, hvordan de skulle formulere disse læringsmål ved brug af SOLO-taksonomien samt teorien om *constructive alignment*. Sidstnævnte er en konstruktivistisk læringsforståelse, som beskriver nødvendigheden af, at læringsmål er "alignet" med eksamens- og undervisningsformen (Biggs, 2003). Det var også et mål med seminaret at skabe et fælles sprog på fakultetet til at udtrykke og forstå de kompetencer, der ligger bag forskellige SOLO-niveauer samt at sikre sammenlignelighed og ensartethed i fakultetets curricula. Arbejdsgruppen gav anbefalinger til og eksempler på, hvordan sådanne læringsmål kunne beskrives. Dernæst var der en tovholder fra hvert institut, der var forpligtet på at skabe fem 'institut-specifikke gode eksempler', som dernæst blev revideret og efterfølgende godkendt af Arbejdsgruppen. Med baggrund i disse 'gode eksempler' samt vejledning af Arbejdsgruppen, blev de resterende læringsmål til institutternes læringsmål beskrevet og senere endelig godkendt af Studienævnet, hvis formand også havde været en del af Arbejdsgruppen. Brabrand og jeg sammenlignede NAT/AU med Det Naturvidenskabelige Fakultet på Syddansk Universitet (NAT/SDU) som havde valgt samme strategi som NAT/AU med at beskrive læringsmål ved brug af SOLO-taksonomien, og hvor Brabrand havde været kursusleder. Formålet med sammenligningen var ikke at undersøge, hvad hvilke led i processen enkeltvis havde bidraget med, men i stedet hvad slutproduktet kan sige om SOLO-niveauerne for de enkelte kurser og programmer. Det samlede data set bestod her af 632 kursusbeskrivelser.

SOLO-klassifikation og SOLO-gennemsnit (på universitetsniveau)

For hvert kursus udregnede Brabrand og jeg ud fra læringsmålene først et SOLO-gennemsnit for kurset, dernæst et SOLO-gennemsnit for årgangen inddelt efter Bachelor eller Kandidat. Eksempelvis havde kurset *Calculus II* fire læringsmål, som er listen nedenfor med de tilhørende SOLO-niveauer i parentes efter kompetencerne/verberne:

Når kurset er færdigt forventes den studerende at kunne:

- **Anvende (3)** basale metoder og resultater inden for calculus til at løse opgaver: differential- og integralregning i en og flere variable, lineær algebra og rækketeori.
- **Argumentere (4)** for skridtene i opgaveløsninger
- **Formulere (3)** korrekte argumenter
- **Benytte (3)** matematisk terminologi og symbolsprog

SOLO-gennemsnittet er her $(3+4+3+3) / 4 = 3,25$. Klassifikationen af verber bygger dels på Biggs (2003, s. 48) dels på en efterfølgende analyse, som Brabrand og jeg gjorde af de 632 kursusbeskrivelser fra NAT/AU og NAT/SDU. Under denne analyse konsulterede vi først flere af de universitetslærere, som havde forfattet læringsmålene, om hvordan de skulle klassificeres, dernæst adspurgte vi tre universitetspædagoger på Det Sundhedsvidenskabelige Fakultet på AU (SUN/AU) som havde stået for en lignende implementering af læringsmålstankegangen på SUN/AU, også ved brug af SOLO-taksonomien. De gav os feedback på vores klassifikation, hvilket betød, at vi nogle steder ændrede vores oprindelige klassifika-

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

tion. Til slut konsulterede vi Catherine Tang og John Biggs, som gav os feedback, hvilket medførte, at yderligere nogle verber blev omklassificeret. Til sidst var der stadig nogle verber, hvor der ikke var helt enighed om klassificeringen. En af grundene til dette var, at verber blev brugt lidt anderledes på tværs af fakulteterne. Eksempelvis på NAT/AU er 'bevise' brugt i sammenhæng med at reproducere matematiske beviser "på tavlen". Disse beviser er fra lærebogen og gennemgået af læreren. Det vil sige, at den studerende skal udføre en række kendte skridt – det vil sige SOLO 3. På SUN/AU var 'bevise' i stedet mest anvendt til at indikere, at de studerende selv skulle konstruere et bevis ud fra forskellig information og skabe sammenhæng og konkludere i forhold til et problem – det vil sige SOLO 4.

Man kan argumentere for, at inden for matematik er det ikke lige let/svært for eksempel at 'forklare' (SOLO 4) inden for alle delområder. Dette er rigtigt, men hvert område må også antages at være "internt konsistent" således, at man ikke kan 'forklare' inden for et område uden at have mange af de kompetencer, der hører hjemme i lavere SOLO-niveauer, for eksempel 'beskrive', 'redegøre for', 'formulere' i SOLO 3, hvilke igen hviler på SOLO 2 kompetencer så som 'definere', 'genkende', 'referere'. Det er netop derfor, det er interessant at undersøge, om der er en SOLO-progression, men det er også vigtigt at fremhæve, at SOLO progression ikke nødvendigvis er det samme som progression i sværhed, idet indholdets abstraktionsniveau også spiller en rolle her. En liste af over de fleste verber, der blev anvendt på NAT/AU og NAT/SDU ses i det nedenstående.

SOLO 2	SOLO 3	SOLO 4	SOLO 5
Angive	Afgøre	Analysere	Afgrænse
Bestemme	Anvende/bruge/benytte metode	Anvende/bruge/benytte teori	Bedømme
Danne	Behandle/-arbejde	Argumentere	Diskutere
Definere	Beskrive	Begrunde	Ekstrapolere
Finde	Bevise	Designe	Estimere
Gengive	Dekode	Eksemplificere	Evaluerer
Genkende	Demonstrere	Forklare	Fortolke
Håndtere	Forespørge	Implementere	Forudsige
Identificere	Formulere	Konkludere	Generalisere
Navngive	Gennemføre	Konstruere	Hypotisere
Omformulere	Give overblik over	Modellere	Kritisere
Opstille	Illustrere	Planlægge	Problematisere
Oversætte	Karakterisere	Relatere	Reflektere
Recitere	Klassificere	Sammenfatte	Refutere
Referere	Kombinere	Sammenligne/-holde	Perspektivere
Skitsere	Konvertere	Strukturere	Rationalisere
Søge	Løse	Tilpasse	Ræsonnere
Teste program	Redegøre for	Tolke	Skønne
Udregne, (be)regne	Simulere	Udlede	Teoretisere
(Ud)vælge	Udtrykke	Udnytte	Vurdere

Figur 4. Klassificering af SOLO-verber. Længere liste end set i Brabrand & Dahl (2008, 2009). Se den fulde liste: <http://www.itu.dk/people/brabrand/solo.xml>.

OVERORDNET OM METODE

De matematiske kompetencer som eleverne og de studerende forventes at lære gennem uddannelsesforløbet bliver undersøgt gennem en analyse af læreplanerne. Det vil for grundskolens vedkommende være de Matematiske Kompetencer beskrevet i Fælles Mål under trinmål for 3. og 6. klasse og slutmål for 9. klasse. For stx vil dreje sig om de Faglige mål på niveau A og C og for universitetsniveauet de Læringsmål, som blev tilføjet kursusbeskrivelserne på matematikkurser på AU og SDU i foråret 2007 som følge af introduktionen af 7-trinsskalaen. Det er således for grundskolens, og det almene gymnasiums vedkommende tale om de officielle ministerielle læreplaner. Med hensyn til universitetsniveauet blev AU

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

og SDU udvalgt, idet disse specifikt valgte at gennemskrive deres kursusbeskrivelser ud fra kompetence-tænkning udtryk i SOLO-taksonomien. De er således sammenlignelige og repræsenterer to store danske universiteter. Det kan dog ikke udelukkes, at en undersøgelse af samtlige universiteters matematikkursers læringsmål vil give andre resultater, end dem der ses i det nedenstående. Dette hænger sammen med, at læringsmålene også er en refleksion af undervisningstraditionerne på de enkelte universiteter og eksempelvis Roskilde Universitet og Aalborg Universitet arbejder projektorienteret. Disse universiteters matematikkurser er dog ikke beskrevet i en sammenlignelig form, hvorfor en sammenligning ved brug af SOLO-taksonomien (i dag) ikke vil kunne foretages på et validt grundlag.

Det er således en analyse af systemforventninger i officielle curricula. Det vil sige, at fokus er på 'matter meant' frem for 'matter taught' eller 'matter learnt' (Bauersfeld, 1979, s. 204-206). Førstnævnte er ikke nødvendigvis lig med de to andre, men grundet 7-trinsskalaen, som blev implementeret i hele uddannelsessystemet i 2006-2007, skal karakterer nu gives på baggrund af, i hvor høj grad eleven/den studerende opfylder de officielt angivne læringsmål, hvilke blandt andet er udtrykt kompetencer. Det vil sige, at 'matter meant' i stor grad har indflydelse på eksamen og karaktergivning. Dette, i kombination med den sædvanlige indflydelse af en kommende eksamen på undervisningen, betyder, at det giver mening at antage, at 'matter meant' har en stor indflydelse både på 'matter taught' og 'matter learnt'. Derfor kan det antages, at et studium af systemforventninger fra og med grundskolen til og med universitet er relevant for at få et indblik i de kompetencer, som elever og studerende lærer samt mulige overgangsproblemer i forhold til disse kompetencer.

ANTAGELSER

Denne metoder hviler på en række antagelser så som, at SOLO-klassificeringen i Figur 4 er passende, at samme SOLO-klassificering kan anvendes til alle trin fra og med grundskolen til og med universitetet, at SOLO-taksonomien er et passende måleinstrument for progression, at progression manifesterer sig i kompetencer (og verber), at delene i et sæt læringsmål indgår med lige vægt, og endelig at der er ens numerisk afstand mellem SOLO-niveauerne. I det følgende vil jeg diskutere disse seks antagelser og hvorfor, de er rimelige (se også Brabrand & Dahl (2008, 2009), hvor disse antagelser, på nær nummer to om at benytte samme SOLO klassifikation til både grundskole, stx og universitet, også bliver omtalt og diskuteret).

Passende SOLO klassifikation (for universitetet)

I undersøgelsen af AU og SDU indsamlede Brabrand og jeg alle kursusbeskrivelser fra de to naturvidenskabelige fakulteter fra et helt akademisk år – i alt 632 kurser. Vi udtrak alle kompetencer (verber) fra alle læringsmålene – i alt 4.921 fordelt på 281 forskellige verber. Vi dernæst ekskluderede nedenstående grupper af verber, som SOLO-taksonomien ikke omhandler:

IO (*ikke-operationelle*) kompetencer som eksempelvis at 'forstå', 'mestre', 'vide', 'følge'.

KA (*kommunikationsaktiviteter*) som eksempelvis at 'præsentere', 'skrive', 'læse', 'svare'.

PA (*professionelle aktiviteter*) som eksempelvis at 'arbejde', 'deltage i', 'være involveret i'.

Disse verber blev efterfølgende ignoreret i udregningen af SOLO-gennemsnit. Vi stod således tilbage med 207 verber fordelt på 4.494 kompetencer. Som beskrevet ovenfor, gennemgik vi en lang proces med at klassificere verberne til SOLO-niveauerne. Resultatet kan ses i Figur 4. Givet det store data set vil det endvidere for universitetsudregningerne kræver en omfattende omklassificering af verber for at ændre på SOLO-gennemsnittene.

Brug af samme SOLO klassifikation til både grundskolen, stx og universitetet

Klassificeringen set i Figur 4, hviler på en analyse af kompetencer brugt på universitetsniveauet inden for naturvidenskab og matematikkurser. Kan samme klassificering benyttes til også at undersøge grundskolen

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

og stx? Jeg antager, at det i hovedsagen kan, idet klassificeringen hviler på og relaterer til Biggs' (2003) oprindelige klassificering. Omvendt skal kompetencer altid ses i forhold til den sammenhæng, de indgår i, og desuden kan jeg ikke antage, at forfatterne bag Fælles mål og de gymnasiale læreplaner er skolet i præcis SOLO-taksonomien. Som det vil fremgå i nedenstående Figur 6 og 8, har jeg i nogle tilfælde derfor fortolket de sammenhænge, hvori kompetencerne indgår, hvorfor nogle af kompetencerne er blevet omklassificeret. Det drejer sig eksempelvis om 'demonstrere'. Dette verbum bruges ikke på AU og SDU's matematiklæringsmål, mens sidstnævnte indgår en gang i et matematiklæringsmål på AU og tre gange på SDU. Det kan således ikke konkluderes, at selv en general omklassificering af dette verbum vil ændre noget på resultaterne for NAT/AU og NAT/SDU. Under alle omstændigheder, skal kompetencerne altid ses i den sammenhæng de indgår i, hvilket også indgik som princip i Brabrand og Dahl's (2008, 2009) SOLO-klassificering.

SOLO et passende mål for progression

SOLO-taksonomiens hierarkiske struktur gør den velegnet som model for progression. Undersøgelsen hviler dog også på validiteten af den forskning, som ledte Biggs m.fl. frem til SOLO-taksonomien (Biggs & Collis, 1982; Biggs, 2003; Biggs & Tang, 2007).

Progression manifesterer sig i verber

Undersøgelsen fokuserer på *kompetence*progression. Parallelt med en sådan progression sker der også en progression i eksempelvis indhold og abstraktionsniveau. Et samlet billede af "den sande progression" bør også tage disse faktorer i betragtning. Nærværende undersøgelse beskæftiger sig dog alene med kompetenceprogression. Dette er relevant, idet eksempelvis KOM-rapporten argumenterer for, at læreplaner bør fokusere på de kompetencer, elever og studerende skal have opbygget, og endvidere skal karakterer efter indførelsen af 7-trinsskalaen gives på baggrund af læringsmål – altså kompetencebeskrivelser. Det er derfor relevant at undersøge om disse læringsmål udtrykker en progression gennem et uddannelsesforløb.

Delene i et sæt læringsmål indgår med lige vægt

Udregningen antager, at delene i et sæt læringsmål for et enkelt kursus indgår med lige vægt. Jeg antager dog, at det ikke afviger signifikant fra den "ægte vægt", man kunne få, hvis eksempelvis alle universitetslærere havde tildelt vægte til hvert læringsmål. Hvis disse læringsmål i praksis ikke "vejer det samme", så er læringsmålene for hvert af de tre trin struktureret og opbygget ens. Det vil sige, 3., 6. og 9. trin er struktureret ens; A- og C-niveau er struktureret ens, og universitetslæringsmålene blev alle forfattet ud fra "5 gode eksempler" og efterfølgende godkendt af et studienævn. Derfor kan man antage, at hvis de enkelte dele ikke "vejer det samme", vil de inden for hvert af de tre trin variere på samme vis, hvorfor specielt inden for hvert af de tre uddannelsesstrin, de i høj grad er sammenlignelige.

Ens numerisk afstand mellem SOLO niveauerne

I undersøgelsen er SOLO-niveauer beregnet ud fra den antagelse, at de kvalitative læringsmæssige trin fra eksempelvis SOLO 2-3 og fra SOLO 3-4 er "lige stor". En sådan kvantificering af kvalitative data er dog ikke uvant i uddannelsesforskning. Fx Oppenheim (1992) diskuterer kvantitative forskningsmetoder som eksempelvis Likert-skalaen, der kvantificerer grader af enighed og uenighed ved brug af tal, fx tallene 1-5. Oliver et al. (2004) har desuden foretaget en lignende undersøgelse af en række kurser ved brug af Blooms taksonomi og anvendte her numrene 1-6 om afstanden mellem de seks trin. Her udtrykte samme numeriske værdi, '1', også den konstant forskel mellem trinnene.

MATEMATISKE KOMPETENCER PÅ UNIVERSITETSNIVEAU

Der var tilsyneladende ikke SOLO-progression i læringsmålene fra Bachelor- til Kandidatniveau, selvom Brabrand og Dahl (2008, 2009) dog fandt progression i de andre institutters programmer på AU og SDU. Rent faktisk var SOLO-gennemsnittene på AU højere på Bachelordelen (3,2) end på Kandidatdelen (2,9),

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

mens der var en mindre progression på SDU, hvor Bachelordelen var på 2,8 og Kandidatdelen 2,9. Progressionen kom således tilsyneladende til udtryk andre steder som fx i abstraktionsniveauet og indholds niveauet.

	Bachelor (#kurser)	Kandidat (#kurser)	
AU	3,2 (18)	2,9 (22)	3,1
SDU	2,8 (22)	2,9 (8)	2,8
	3,0	2,9	

Figur 5. Oversigt over SOLO-gennemsnit for hhv. Bachelor- og Kandidatuddannelserne på AU og SDU.

De overordnede SOLO-gennemsnit for henholdsvis AU og SDU, hvor Bachelor- og Kandidatkurser tages sammen er følgende: 3,1 og 2,8. Et tilnærmet samlet vejet gennemsnit for henholdsvis Bachelor- og Kandidatdelen er 3,0 og 2,9. Der er således overordnet set tale om en mindre regression i SOLO-kompetencer, når man sammenligner Bachelor- og Kandidatkurser.

MATEMATISKE KOMPETENCER I GRUNDSKOLEN

Analysen tog udgangspunkt i de ministerielle Fælles Mål, der stæder i kraft sommeren 2009 (Undervisningsministeriet, 2009). Den nærværende undersøgelse tager derfor udgangspunkt i de matematiske kompetencer. Nogle verber blev brugt i Fælles mål, som ikke indgik i Figur 4. Dette drejede sig om følgende:

Verbum	SOLO	Begrundelse
Indgå i dialog	IO	Dette verbum tilhører kategorien "ikke-operationelt", IO. Dette skyldes blandt andet, at det er upræcist og ikke angiver niveauet for dialogen. Det kunne således være både på SOLO 3 ('udtrykke', 'formulere'), SOLO 4 ('forklare', 'argumentere') og SOLO 5 ('diskutere').
Stille spørgsmål	3	Dette klassificeres til SOLO 3, idet det virker meget lig 'forespørge' i Figur 4.
Have blik for/indblik i	3	Jeg har klassificeret det som SOLO 3, idet det har megen lighed med andre SOLO 3-verb: 'give overblik over', 'afgøre' og 'dekodet'.
Udføre matematisk modellering	4	Dette anses blot at være en omskrivning af ordet 'modellere', som indgår som SOLO 4 på Figur 4.
Erkende	2	Dette indgår på 9. trin i forbindelse med at 'erkende' et matematisk problem. Sammenhængen, samt 'erkende's lighed med ordet 'genkende' placerer det på SOLO 2. 'Genkende' kunne desuden erstatte 'erkende' uden tab af mening.
Afkode	3	Det placeres på SOLO 3, idet det har megen lighed med 'dekodet'.
Følge	IO	Dette verbum tilhører kategorien "ikke-operationelt", IO.
Udtænke	IO	Dette verbum tilhører kategorien "ikke-operationelt", IO.
Gennemføre ... ræsonnementer	5	I den sammenhæng det her indgår i, anses det blot for at være en omskrivning af ordet 'ræsonnere', som indgår som SOLO 5 på Figur 4. Dette sker selvom 'gennemføre' i Figur 4 er angivet som SOLO 3.
Arbejde	PA	Dette verbum tilhører kategorien "professionel aktivitet", PA.
Forstå	4	Dette verbum tilhører egentlig kategorien "ikke-operationelt", IO, men undersøger man beskrivelsen af symbolkompetencen på de tre trin, ser man en nærmest parallel formulering bestående af to dele, hvor første del handler om "afkode og ...", anden del om at oversætte. Ud fra sammenhængen må det vurderes, at 'forstå' af forfatterne til Fælles Mål anses for at være "højere" (eller lig med) 'anvende', hvorfor den sættes til SOLO 4. Dette giver dog vanskeligheder med sammenligningen til universitetsniveau, hvor 'forstå' blev operationaliseret som 'IO'. På den anden side, var forfatterne til Fælles Mål ikke nødvendigvis nær så skolet i SOLO-taksonomien som dem på NAT/AU og NAT/SDU, hvorfor det giver mere mening at gå efter reglens "ånd" end dens "bogstav". Desuden er 'forstå' kun anvendt fem gange på AU og fem gange på SDU, hvorfor selv en generel omklassificering af 'forstå' til SOLO 4 ikke kan antages at ændre på det overordnede SOLO-gennemsnit for AU og SDU's universitetskurser.
Sætte sig ind i	IO	Dette verbum tilhører kategorien "ikke-operationelt", IO.
Kende	IO	Dette verbum tilhører kategorien "ikke-operationelt", IO.

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

Figur 6. Oversigt over verber i Fælles Mål som ikke indgår i Figur 4.

I det nedenstående er vist de enkelte trin- og delmål inden for hver af de otte matematikkompetencer. Der er udregnet SOLO del-gennemsnit og et endeligt SOLO-gennemsnit for hvert af de tre trin.

	3. klasse, trimål	6. klasse, trimål	9. klasse, slutmål
	Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at:		
Tankegangs-kompetence	Indgå i dialog (IO) om spørgsmål og svar, som er karakteristiske i arbejdet med matematik.	Formulere (3) sig skriftligt og mundtligt om matematiske påstande og spørgsmål og have blik for (3) hvilke typer af svar, der kan forventes.	Stille spørgsmål (3), som er karakteristiske for matematik og have blik for (3) hvilke typer af svar, som kan forventes.
SOLO del-gennemsnit		$6/2 = 3$	$6/2 = 3$
Problembehandlings-kompetence	Løse (3) matematiske problemer knyttet til en kontekst, der giver mulighed for intuitiv tænkning, inddragelse af konkrete materialer eller egne repræsentationer.	Løse (3) matematiske problemer knyttet til en kontekst, der giver mulighed for intuitiv tænkning, egne repræsentationer og erhvervet matematisk viden og kunnen.	Erkende (2), formulere (3), afgrænse (5) og løse (3) matematiske problemer og vurdere (5) løsningerne.
SOLO del-gennemsnit	3	3	$18/5 = 3,6$
Modellerings-kompetence	Opstille (2), behandle (3) og afkode (3) enkle modeller, der gengiver træk fra virkeligheden, bl.a. vha. regneudtryk, tegninger og diagrammer.	Opstille (2), behandle (3), afkode (3) og analysere (4) enkle modeller, der gengiver træk fra virkeligheden, bl.a. ved hjælp af regneudtryk, tegninger, diagrammer.	Udføre matematisk modellering (4) og afkode (3), tolke (4), analysere (4) og vurdere (4) matematiske modeller.
SOLO del-gennemsnit	$8/3 = 2,67$	$12/4 = 3$	$19/5 = 3,8$
Ræsonnements-kompetence	Ræsonnere (5) og argumentere (4) intuitivt om konkrete matematiske aktiviteter og følge (IO) andres mundtlige argumenter.	Udtænke (IO) og gennemføre (5) uformelle og enkle formelle matematiske ræsonnementer og følge (IO) mundtlige og enkle skriftlige argumenter.	Udtænke (IO) og gennemføre egne ræsonnementer (5) til begrundelse af matematiske påstande og følge (IO) og vurdere (5) andres matematiske ræsonnementer.
SOLO del-gennemsnit	$9/2 = 4,5$	5	$10/2 = 5$
Repræsentations-kompetence	Bruge (3) uformelle repræsentationsformer sammen med symbolsprog og arbejde (PA) med deres indbyrdes forbindelser.	Bruge (3) uformelle og formelle repræsentationsformer og forstå (4) deres indbyrdes forbindelser.	Danne (2), forstå (4) og anvende (3) forskellige repræsentationer af matematiske objekter, begreber, situationer eller problemer.
SOLO del-gennemsnit	3	$7/2 = 3,5$	$9/3 = 3$
Symbolbehandlings-kompetence	Afkode (3) og anvende (3) enkle matematiske symboler, herunder tal og regnetegn, samt forbinde (2) dem med dagligdags sprog.	Afkode (3) og anvende (3) matematiske symboler, herunder variable og enkle formler samt Oversætte (2) mellem dagligsprog og symbolsprog..	Forstå (4) og afkode (3) symbolsprog og formler og oversætte (2) mellem dagligsprog og matematisk symbolsprog.
SOLO del-gennemsnit	$8/3 = 2,67$	$8/3 = 2,67$	$9/3 = 3$
Kommunikations-kompetence	Udtrykke sig (3) og indgå i dialog (KA) om enkle matematiske problemstillinger.	Sætte sig ind i (IO) og udtrykke sig (3) såvel mundtligt som skriftligt om fremgangsmåder og løsninger i forbindelse med matematiske problemstillinger.	Udtrykke sig (3) om matematiske spørgsmål og aktiviteter på forskellige måder, indgå i dialog (KA) og fortolke (5) andres matematiske kommunikation.
SOLO del-gennemsnit	3	3	$8/2 = 4$
Hjælpemiddel-kompetence	Kende (IO) og anvende (3) hensigtsmæssige hjælpemidler, herunder konkrete materialer, lommeregner og it, bl.a. til eksperimenterende udforskning (3) af matematiske sammenhænge.	Kende (IO), vælge (2) og anvende (3) hensigtsmæssige hjælpemidler, herunder konkrete materialer, lommeregner og it, bl.a. til eksperimenterende udforskning (3) af matematiske sammenhænge.	Kende (IO), vælge (2) og anvende (3) hjælpemidler i arbejdet med matematik, herunder it, og have indblik i (3) deres muligheder og begrænsninger.
SOLO del-gennemsnit	$6/2 = 3$	$8/3 = 2,67$	$8/3 = 2,67$
SOLO GENNEMSNT	21,83 / 7 = 3,12	25,83 / 8 = 3,23	28,07 / 8 = 3,51
SOLO GENNEMSNT ('forstå' som IO)	3,12	25,33 / 8 = 3,17	27,07 / 8 = 3,38
Afrundet til en decimal	3,1	3,2	3,5

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

Figur 7. Oversigt over beregning af SOLO-gennemsnit for De matematiske Kompetencer i grundskolens Fællesmål: trinmål for 3. og 6. klasse og slutmål for 9. klasse.

Disse tal viser en tydelig progression gennem grundskolen, men de viser også et meget ambitiøst curriculum i forhold til de matematiske kompetencer, også sammenlignet med universitetet.

Hvis vi fokuserer separat på hver af de otte kompetencer, viser alle på nær repræsentations- og hjælpemiddel progression. Ræsonnement topper i 6. klasse mens hjælpemiddel virker konstant til aftagende. Tankegang virker konstant, men her er der ikke et tal for 3. trin. Med hensyn til repræsentation kan faldet fra 6. til 9. skyldes kompetencen 'danne'. Det vil sige, at eleverne i 9. klasse, udover at kunne 'anvende/bruge/forstå' forskellige givne repræsentationsformer, skal tillige kunne 'danne' sådanne i 9. klasse. Dette ekstra element er således på et plan en udvidelse af kompetencens dækningsgrad, men denne udvidelse er på et lavt SOLO-niveau. Det vil sige, at kompetencerne har flere dimensioner, hvoraf SOLO-niveauet er ét af dem.

MATEMATISKE KOMPETENCER I DEN ALMENE GYMNASIUM, STX

I det almene gymnasium er undervisningen inddelt i tre sværhedsgrader: Niveau A, B og C, hvor A er det højeste niveau. Jeg fokuserer her på niveau A og C, idet disse repræsenterer hver ende af spektret. Niveau C er obligatorisk for alle elever, men Niveau B og A indgår i forskellige studieretninger men kan også vælges som frie valgfag. Nogle af verberne i de Faglige mål indgår ikke i Figur 4 og 6, eller de blev anvendt anderledes end i fisse figurer. Dette drejer sig om følgende:

Verbum	SOLO	Begrundelse
Foretage fremskrivninger	3	Dette anses blot at være en omskrivning af ordet 'fremskrive', som indgår som SOLO 3 på Figur 4.
Svare	KA	Dette verbum tilhører kategorien "kommunikations aktiviteter", KA.
Give en analytisk beskrivelse	4	'Beskrive' er på SOLO 3, men jeg vurderer, at tillægsordet 'analytisk' indikerer, at der er tale om en mere avanceret beskrivelse. Det anses derfor at være på samme niveau som 'forklare', 'analysere', 'begrunde' som er SOLO 4.
Demonstrere viden om...	3/4	'Demonstrere' er i SOLO 3 i Figur 4, men nogle af anvendelserne i stx synes at ligne et fler-strukturelt niveau og være mere i tråd med 'eksemplificere', 'sammenholde' og 'forklare', som er SOLO 4. Disse verber vil derfor blive klassificeret forskelligt ud fra den konkrete sammenhæng de optræder i.
Gennemføre simple matematiske ræsonnementer.	2	'Gennemføre' er i Figur 4 SOLO 3, men ses formuleringen i søjlen til venstre, som er for C-niveau, i forhold til den parallelle formulering for A-niveau (Redegøre for (3) matematiske ræsonnementer og beviser samt deduktive sider ved opbygningen af matematisk teori), vil det ikke give mening at klassificere begge som SOLO 3. Desuden angiver tillægsordet 'simple' i C-niveau, at der her sandsynligvis er tale om SOLO 2 kompetencer såsom 'recitere', 'omformulere', 'skitsere'.

Figur 8. Oversigt over verber i Faglige mål, stx, som ikke indgår i Figur 4 og 6.

I det nedenstående er vist de enkelte dele af Faglige mål for Niveau A og C for stx. Der er udregnet SOLO del-gennemsnit og et endeligt SOLO-gennemsnit for hver af de to niveauer. Der er forskellige steder skrevet et verbum i firkantede parentes. Det er på steder, hvor der er tale om en kompetence, som dog ikke direkte er udtryk, som verberne i Figurene 4, 6 og 8. For eksempel "Anvende (3) simple statistiske eller sandsynlighedsteoretiske modeller til beskrivelse [at beskrive] (3) af et givet datamateriale ...".

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

Her indikerer den firkantede parentes, at kompetencen også kunne være formuleret: ”Anvende (3) simple statistiske eller sandsynlighedsteoretiske modeller til *at beskrive* (3) et givet datamateriale ...”, hvorfor det i SOLO-tankegangen skal have en separat tilkendegivelse af SOLO-niveau. Denne omskrivning ændrer ikke meningsindholdet, men formuleringen gør det tydeligere, hvilke SOLO-kompetencer, der er tale om.

	Niveau C, Faglige mål	Niveau A, Faglige mål
	Eleverne skal kunne:	
	Håndtere (2) simple formler, herunder oversætte (2) mellem symbolholdigt og naturligt sprog og kunne anvende (4) symbolholdigt sprog til at løse (3) simple problemer med matematisk indhold.	Håndtere (2) formler, herunder kunne oversætte (2) mellem symbolholdigt og naturligt sprog, og selvstændigt kunne anvende (4) symbolholdigt sprog til at beskrive (3) variabelsammenhænge og til at løse (3) problemer med matematisk indhold.
SOLO del-gennemsnit	11/4 = 2,75	14/5 = 2,8
	Anvende (3) simple statistiske modeller til beskrivelse [at beskrive] (3) af et givet datamateriale, kunne stille spørgsmål (3) ud fra modellen, have blik for (3), hvilke svar der kan forventes, og være i stand til at formulere (3) konklusioner i et klart sprog.	Anvende (3) simple statistiske eller sandsynlighedsteoretiske modeller til beskrivelse [at beskrive] (3) af et givet datamateriale eller fænomener fra andre fagområder, kunne stille spørgsmål (3) ud fra modeller, have blik for (3) hvilke svar, der kan forventes, samt være i stand til at formulere (3) konklusioner i et klart sprog.
SOLO del-gennemsnit	15/5 = 3	15/5 = 3
	Anvende (4) variabelsammenhænge i modellering [at modellere] (4) af givne data, kunne foretage fremskrivninger (3) og forholde sig reflekterende [at reflektere] (5) til disse samt til rækkevidde af modellerne.	Anvende (4) funktionsudtryk og afledet funktion i opstilling af matematiske modeller [at modellere] (4) på baggrund af datamateriale eller viden fra andre fagområder, kunne forholde sig reflekterende [at reflektere] (5) til idealiseringer og rækkevidde af modellerne, kunne analysere (4) givne matematiske modeller og foretage simuleringer [at simulere] (4) og fremskrivninger [at fremskrive] (3).
SOLO del-gennemsnit	16/4 = 4	24/6 = 4
		Anvende (4) forskellige fortolkninger af stamfunktion og [at anvende] (3) forskellige metoder til løsning af differentiaalligninger.
SOLO del-gennemsnit		7/2 = 3,5
	Anvende (3) simple geometriske modeller og håndtere (2) simple geometriske problemstillinger.	Opstille geometriske modeller (4) og løse (3) geometriske problemer på grundlag af trekantsberegninger samt kunne give en analytisk beskrivelse (4) af geometriske figurer i koordinatsystemer og udnytte (4) dette til at svare (KA) på givne teoretiske og praktiske spørgsmål.
SOLO del-gennemsnit	5/2 = 2,5	15/4 = 3,75
	Gennemføre (2) simple matematiske ræsonnementer.	Redegøre for (3) matematiske ræsonnementer og beviser samt deduktive sider ved opbygningen af matematisk teori.
SOLO del-gennemsnit	2	3
		Demonstrere viden om (3) matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse (4) i behandling af en mere kompleks problemstilling.
SOLO del-gennemsnit		7/2 = 3,5
	Demonstrere (3) viden om matematikanvendelse samt eksempler [at eksemplificere] (4) på matematikkens samspil med den øvrige videnskabelige og kulturhistoriske udvikling.	Demonstrere (4) viden om matematikkens udvikling i samspil med den historiske, videnskabelige og kulturelle udvikling.
SOLO del-gennemsnit	7/2 = 3,5	4
	Anvende (3) it-værktøjer til løsning af givne matematiske problemer.	Anvende (3) it-værktøjer til løsning af givne matematiske problemer.
SOLO del-gennemsnit	3	3
SOLO GENNEMSNIT	20,75 / 7 = 2,96	30,55 / 9 = 3,39
Afrundet til en decimal	3,0	3,4

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

Figur 9. Oversigt over beregning af SOLO-gennemsnit for De faglige mål for Niveau A og C på stx.

Der er således tale om en tydelig progression fra Niveau C til A i SOLO-kompetencer. Tallene er kommet frem ved en analyse, hvor der er foretaget nogle fortolkninger af, hvilke verber der er brugt til kompetencebeskrivelse samt SOLO-klassificeringen i forhold til universitetet. En anden fortolkning anvendt både på Niveau C og A kunne forskyde gennemsnittene ca. 0,1 op eller ned. Dette var således min erfaring, mens de faglige mål blev analyseret (Dahl, 2009). Jeg finder dog, at ovennævnte klassificering i Figur 9 er den, der giver det mest retvisende billede af niveauerne SOLO-kompetencer.

PROGRESSION? DISKUSSION OG KONKLUSION

I den nedenstående ser vi en tabel, som giver et overblik over SOLO-gennemsnittene for de forskellige trin gennem hele uddannelsessystemet.

Grundskolen			Almene gymnasium		Universitet	
3. klasse	6. klasse	9. klasse	Niveau C	Niveau A	Bachelor	Kandidat
3,1	3,2	3,5	3,0	3,4	3,0	2,9

Figur 10. Oversigt over beregning af SOLO-gennemsnittene af læringsmål fra grundskolen til og med Kandidatniveau på universiteter.

Det fremgår således, at når elever skifter til et nyt uddannelsesstrin, vil de til en vis grad begynde ”forfra” i forhold til SOLO-niveau. Det vil sige, at tilsyneladende har hvert uddannelsesstrin sin egen SOLO-cyklus. Det virker desuden til, at den overordnede SOLO-kompetence er konstant til faldende fra grundskolen henover stx til universitetet. Dette ses ved, at det højeste SOLO-niveau overhovedet er på 3,5 og ses i grundskolens 9. klasse, mens det højeste niveau på stx er 3,4 men kun 3,0 (3,2, AU Bachelor) på universitetet. Det er også kun på universitetsniveau, at et gennemsnit falder under 3,0. Dette ses på Kandidatdelen, hvilket rent faktisk er det allerhøjeste uddannelsesstrin i undersøgelsen. Det høje niveau for 9. klasse kan være en refleksion af det, flere har kaldt for en akademisering af grundskolen, idet højere SOLO-niveauer forudsætter, at eleven er i stand til at generalisere strukturer med videre. Jeg vil i det følgende diskutere forskellige årsager og konsekvenser til, at de tre uddannelsesstrin fremstår separate, og at begge overgange kan opleves som havende en kløft – et ”SOLO-spring”.

En grund til det konstant til faldende overordnede SOLO-niveau kan antages at være, at jo mere vanskeligt matematikindhold, jo mere vanskeligt er det at opnå et højt SOLO-niveau. Dette skyldes, at matematik er et vertikalt fag, hvor teorier, teknikker og kompetencer bygges op kumulativt. Dette er i modsætning til horisontale fag, hvor forskellige domæner eksisterer side om side, somme tider interagerende, men uden at bygge på hinanden som forudsætninger (Madsen & Winsløw, 2008, s. 12). Man kan derfor argumentere for, at der parallelt henover de tre trin foregår en progression i teoriindhold. Dette beskrives ikke af SOLO-taksonomien, der alene beskæftiger sig med de kompetencer, som elever og studerende opbygger (med indholdet) gennem et uddannelsesforløb. KOM-rapporten er dog netop et forsøg på at beskrive sådanne matematiske kompetencer gennem hele uddannelsessystemet, og disse skal erstatte de mere traditionelle curricula, som fokuserer på indhold. SOLO-taksonomien er således 1-dimensional, idet den fokuserer på, hvilke handlinger, eleven eller den studerende er i stand til at gøre med indholdet. Eftersom det kan antages at eksempelvis modellering (at modellere, SOLO 4) er lettere i grundskolen end på de senere trin, eftersom det matematiske indhold er lettere/lavere, kan det være naturligt at observere et vis fald i SOLO-niveau. Dette argument holder imidlertid kun så langt, som at eksempelvis ph.d.-niveauet ikke er medtaget i analysen. Det vil sige, for at opnå en ph.d.-grad er det nødvendigt at udvikle ny teori, det vil sige at være i stand til at operere på de højeste SOLO-niveauer, hvorfor det kan være bemærkelsesværdigt, at netop kandidatdelen er den del med det laveste SOLO-niveau. Særligt fordi SOLO-gennemsnittet er under 3. Det skal dog her tilføjes, at det langt fra alle kandidater, der forventes at gå

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

videre til ph.d.-niveau, og at SOLO-gennemsnittet på kandidatniveau er udtryk for et *gennemsnit* af læringsmålene, hvoraf flere læringsmål ligger over 2,9 (og under) (Brabrand & Dahl, 2008). Dygtige studerende vil til fulde opfylde disse læringsmål (få karakteren 12) og på grund af fagets vertikale natur blive i stand til i ph.d.'en at operere med matematikken på de højeste SOLO-niveauer.

Derudover har de forskellige uddannelsessystemer forskelligt formål og forbereder unge til forskellige ting. Det vil sige, at det ikke er alle, der går fra 9. klasse til stx, og det er langt fra alle, der har A-niveau på stx, der senere studerer matematik selvom A-niveau er en forudsætning for dette studium. Uddannelserne er således designet til at kunne forberede unge til en vifte af uddannelser samt være alment dannende. I denne sammenhæng kunne det også antages, at de forskellige SOLO-niveauer på de tre trin er udtryk for tre forskellige fagsyn eller undervisningstraditioner. Det vil sige, at de tre dele opfattes som tre selvstændige enheder, med hver deres særkende og forståelse for, hvad det vil sige at *lære matematik*. Man kan derfor i denne sammenhæng ikke forvente en fuldstændig glidende overgang for alle elever og studerende på alle overgange. Man kan også rejse spørgsmålet, om en sådan pæn progression altid er ønskelig. At begynde på en ny uddannelse kan være elevens eller den studerendes mulighed for at begynde på noget nyt uden, at hans succes det nye sted er fuldstændig afhængig af hans præstation det foregående trin. Under alle omstændigheder må systemet dog også kunne passe til de elever, der rent faktisk ønsker, at gå gennem hele systemet og studere matematik på universitetet, og det kan heller ikke i udstrakt grad være hensigtsmæssig, at senere trin ikke forudsætter tidligere trins videnserhvervelse. Det kan derfor antages at være et problem, at kløften i SOLO-kompetencer fra 9. klasse til stx, og fra A-niveau til Bachelordelen på universitetet er så stor som ses i det ovenstående, henholdsvis 0,5 og 0,4. Dette er dog ikke kun et dansk fænomen. Brandell et al. skriver om svenske forhold følgende: "there is a considerable mismatch between secondary and tertiary level concerning subject matter as well as competencies" (Brandell et al., 2008, s. 52).

Det er dog ikke nødvendigvis sådan, at SOLO-springet mellem eksempelvis grundskolen og stx er på 0,5 for alle elever. I forbindelse med det høje SOLO-niveau i 9. klasse er det ikke hensigten med bag 7-trinsskalaen, at alle elever skal opnå dette høje niveau. Med 7-trinsskalaen er forventningen, at karakterne fordeler sig som med ECTS-skalaen diskuteret foroven. Det vil sige, at systemforventningen er, at ca. 10 % af dem, der består, får 12, og således viser en fuldstændig opfyldelse af fagets mål med ingen eller få uvæsentlige mangler. Det er i SOLO-taksonomiens perspektiv særligt disse, som kan forvente at opleve en kløft mellem de kompetencer, de har været vandt til i grundskolen og de, som de præsenteres for på stx. Det er således en særlig udfordring for stx at tage imod de særligt dygtige elever fra grundskolen – og samme kan tilsyneladende sige med overgangen fra stx til universitetet.

Men hvilke vidensformer lægger de forskellige SOLO-kompetencer op til? Jeg vil antage, at høje SOLO-niveauer forudsætter konceptuel viden, mens lavere SOLO-niveauer ikke udelukker konceptuel viden, men i større grad kan opnås ved procedural viden. Disse forskellige vidensformer kan også antages at have indflydelse på de undervisningsmetoder, som lærerne vælger at gøre brug af under forudsætning af, at nogle undervisningsformer er bedre i stand til at sikre udvikling af nogle vidensformer end andre. Dette passer med Brandell et al. betragtninger om overgangen til universitetet: "There are different views on what it means to learn mathematics at secondary and tertiary levels. ... it is clear that at the university level, *routine skills in arithmetic and algebraic computations* are considered as an absolutely necessary ingredient when learning mathematics, and new entrant students are suddenly expected to handle much more complicated expressions and computations than they have met before" (Brandell et al., 2008, s. 42). De fortsætter med at beskrive, at opgaver til "upper secondary" nationale prøver ikke kræver stor procedural viden men i stedet fokuserer på elevernes forståelse af matematikken (conceptual understanding). Denne mangel på færdigheder bliver et problem, når de begynder at studere på universitetet, hvor "routine skills and knowledge of formulas and theorems (procedural knowledge) are considered necessary for the understanding of concepts and theory, as well as important tools in problem solving" (Brandell et al., 2008, p. 44).

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

Det vil sige, at overgangene mellem systemerne kan betyde, at elever og studerende oplever en form for kløft mellem de vidensformer, og undervisningsformer, de gennem det tidligere system var blevet vant til. Dette kan antages alt andet lige at gøre det vanskeligere at begynde på et nyt studium. Dette forudsætter også, at der er sammenhæng mellem 'matter meant' og 'matter taught'. I en tidligere undersøgelse, jeg gjorde (Dahl, 2004) fremkom det, at elevers læringshistorie (den måde de er vant til at blive undervist på) spiller en rolle for, hvordan de senere hen bedst er i stand til at lære. I artiklen anbefaler jeg (Dahl, 2004), at undervisningsmetoder sker inden for ZPT (zone of proximate teaching). Det vil sige, at selvom læreren bør variere sine undervisningsformer, skal ændringer i disse foregå gradvist. En anbefaling her er således, at enten tilnærmes læringsmålenes SOLO-niveau hinanden i overgangene, eller at lærerne ved overgangene bliver mere opmærksomme på de kompetencer og vidensformer, som eleverne eller de studerende har erhvervet sig fra tidligere forløb.³⁸

SKITSE AF FREMTIDIG FORSKNING

En fortsættelse af dette delprojekt kunne fokusere på at fremkomme med en mere omfattende progressionsbeskrivelse, som også tager hensyn til det matematiske indhold og abstraktionsniveau gennem hele uddannelsessystemet. Denne kunne også inkludere undersøgelser af eksamensformer, herunder en analyse af karaktergivning i forhold til læringsmålene.

REFERENCER

- Bauersfeld, H. (1979). Research related to the mathematical learning process. In International Commission on Mathematical Instruction, ICMI (Eds.), *New Trends in Mathematics Teaching* (Vol. IV, pp. 119-213). Paris: UNESCO.
- Biggs, J. B. (2003). *Teaching for Quality Learning at University*. Maidenhead: Open University Press.
- Biggs, J., & Collis, K., F. (1982). *Evaluating the Quality of Learning: The SOLO Taxonomy, Structure of the Observed Learning Outcome*. London: Academic Press.
- Biggs, J., & Tang, C. (2007). *Teaching for Quality Learning at University: What the Student does*. McGraw-Hill Book.
- Bologna Process Stocktaking Report 2007*. Report from a working group appointed by the Bologna Follow-up Group to the Ministerial Conference in London, May 2007.
- Brabrand, C., Sørensen, H. K., Dahl, B., Kjeldsen, H., Madsen, T. V. (2007) *Den nye karakterskala: Implementation på NAT/AU*, Præsentation på Det Naturvidenskabelige Fakultet, Aarhus Universitet i forbindelse med implementeringen af den nye danske karakterskala, 7-trinsskalaen, den 24. januar.
- Brabrand, C., & Dahl, B. (2008). Constructive Alignment and the SOLO Taxonomy: A Comparative Study of University Competences in Computer Science vs. Mathematics. *Conferences in Research and Practice in Information Technology*, 88, 3-17.
- Brabrand, C., & Dahl, B. (2009). Using the SOLO-Taxonomy to Analyze Competence Progression of University Science Curricula *Higher Education*. In press.
- Brandell, G., Hemmi, K., & Thunberg, H. (2008). The Widening Gap: A Swedish Perspective. *Mathematics Education Research Journal*, 20(2), 38-56.
- Dahl, B. (2003) Tensions between the European and the Nordic Dimension in Education, with particular reference to Sweden, in D. Phillips & H. Ertl (eds) *Implementing European Union Education and Training Policy - A Comparative Study of Issues in Four Member States*, Dordrecht: Kluwer Academic, 87-115.
- Dahl, B. (2004). Analysing cognitive learning processes through group interviews of successful high school pupils: Development and use of a model. *Educational Studies in Mathematics*, 56, 129-155.

³⁸ I den forbindelse vil jeg også takke studentermedhjælp Helene E. Christensen (Det Humanistiske Fakultet, AU) for hendes hjælp med dataindsamlingen.

Overgangsproblemer som udfordringer i uddannelsessystemet

- Dahl, B. (2009). Transition problems in mathematics that face students moving from compulsory through to tertiary level education in Denmark: Mismatch of competencies and progression. *Proceedings, the 33th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME29), Thessaloniki, Grækenland. 19.-24. juli 2009.* (Eds.) M. Tzekaki; M. Kaldrimidou & C. Sakonidis. PME. Research Report. In press.
- Dahl, B., Lien, E., & Lindberg-Sand, Å. (2009). Conformity or confusion? Changing higher education grading scales as a part of the Bologna Process: the cases of Denmark, Norway, and Sweden. *Learning and Teaching: The International Journal of Higher Education in the Social Sciences*, 2(1), 39-79.
- Gall, M. D. (1970). The Use of Questions in Teaching. *Review of Educational Research*, 40(5), 707-721.
- Kajander, A., & Lovric, M. (2005). Transition from Secondary to Tertiary Mathematics: McMaster University Experience. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36(2-3), 149-160.
- Lewis, K. G. (2007). Developing Questioning Skills. *Center for Teaching Effectiveness, The University of Texas at Austin.* Set 23. maj 2009, fra <http://www.utexas.edu/academic/cte/sourcebook/questioning.pdf>
- Madsen, L. M., & Winsløw, C. (2008). Relations between Teaching and Research in Physical Geography and Mathematics at Research Intensive Universities. *International Journal of Science and Mathematics Education.* Accepted April 2008, published online May 2008.
- Matthiasen, J. et al. (2008). *M6: – hvad står M'erne for?* Power point som del af det fagdidaktiske kursus, der er en del af gymnasiepædagogikum for matematik.
- Murdoch, J. (2003). The standardization and differentiation in the levels of diplomas in higher education systems in Europe, in D. Phillips & H. Ertl (eds) *Implementing European Union Education and Training Policy - A Comparative Study of Issues in Four Member States*, Dordrecht: Kluwer Academic, 265-276.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* National Council of Teachers of Mathematics (NCTM): VA, USA.
- Niss et al. (Eds) (2002). *Kompetencer og matematiklæring.* Uddannelsesstyrelsen Temahæfteserie, nr. 18. København: Undervisningsministeriet.
- OECD (1999). *Measuring Student Knowledge and Skills.* Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), Programme for International Students Assessment (PISA), Paris: OECD.
- Oliver, D., Dobele, T., Greber, M., Roberts, T. (2004). This Course Has A Bloom Rating Of 3.9. *Conferences in Research and Practice in Information Technology*, 30, 227-231
- Oppenheim, A. N. (1992). *Questionnaire Design, Interviewing and Attitude Measurement.* London: Pinter.
- Pegg, J., & Tall, D. (2005). The fundamental cycle of concept construction underlying various theoretical frameworks. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 37(6), p. 468-475.
- Undervisningsministeriet (2004) *Betænkning om indførelse af en ny karakterskala til erstatning af 13-skalaen*, Betænkning nr. 1453, Karakterkommissionen (nov. 2004). Set 23. maj 2009, fra <http://pub.uvm.dk/2004/karakterer>
- Undervisningsministeriet (2008). *Læreplaner.* København: Undervisningsministeriet. Set 23. maj 2009, fra <http://www.uvm.dk/Uddannelse/Gymnasiale%20uddannelser/Fagenes%20sider/Fag%20L-R/Matematik%20-%20stx.aspx>
- Undervisningsministeriet (2009). *Fælles Mål.* København: Undervisningsministeriet. Set 23. maj 2009, fra <http://www.faellesmaal.uvm.dk/fag/Matematik/formaal.html>
- Winebrenner, S. (2001). *Teaching Gifted Kids in the Regular Classroom.* Free Spirit Publisher.
- Winsløw, C. (1994). *Didaktiske elementer: En indføring i matematikkens og naturfagenes didaktik.* Frederiksberg: Biofolia.